

Introducción a la Estadística y Probabilidad

Tema 9. Inferencia estadística. Estimación.

MANUEL MONGE, Ph.D.

Departamento de Economía Aplicada y Métodos Cuantitativos

Facultad de Derecho, Economía y Gobierno

Universidad Francisco de Vitoria

1. Introducción
2. Estimación puntual
3. Intervalos de confianza
4. Determinación del tamaño de la muestra

1. Introducción

1. Introducción

¿Qué es lo que vamos a ver en este tema?

- Estimación puntual.
- Intervalos de confianza.
- Determinación del tamaño de la muestra.

2. Estimación puntual

2. Estimación puntual

Estimador puntual

- Un estimador puntual es un estadístico único calculado a partir de la información de la muestra para calcular el parámetro poblacional.
- Un ejemplo: Suponga que Best Buy, Inc., desea estimar la edad media de los compradores de televisores LCD de alta definición; selecciona una muestra aleatoria de 75 clientes recientes, determina la edad de cada uno y calcula la edad media de estos. La media de esta muestra es un **estimador puntual** de la media de la población.
- Los principales estimadores son: media muestral y poblacional, proporción poblacional y muestral, desviación estándar muestral y poblacional.

3.Intervalos de confianza

3. Intervalos de confianza

Intervalos de confianza

- Ahora bien, un estimador puntual solo cuenta parte de la historia.
- Es decir, un estimador puntual se espera que esté próximo al parámetro poblacional, pero sería conveniente medir su verdadera proximidad.
- Un **intervalo de confianza** sirve para tal propósito.
- Por tanto, *un intervalo de confianza permite calcular dos valores entre los que presumiblemente se encuentra el verdadero valor del parámetro poblacional.*

3. Intervalos de confianza

Intervalos de confianza

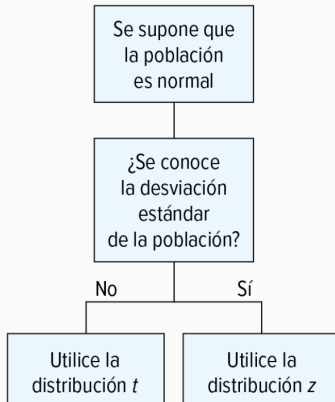
Para calcular el intervalo de confianza para una media poblacional se consideran dos situaciones:

- Intervalo de confianza de la media poblacional con una desviación estándar de la población (σ) **conocida**.
- Intervalo de confianza de la media poblacional con una desviación estándar de la población (σ) **desconocida**.

3. Intervalos de confianza

Intervalos de confianza

¿Cómo determinar cuándo usar la distribución z (normal) o la distribución t (de Student)?



3. Intervalos de confianza

Intervalos de confianza

También se deberán tener en cuenta los **niveles de confianza**

- El **nivel de confianza** es la probabilidad de que el parámetro a estimar se encuentre en el intervalo de confianza. Se designa mediante $(1 - \alpha)$. (α es el nivel de significación que es la probabilidad de quedar fuera del intervalo de confianza y que veremos en el próximo tema).
- Los niveles de confianza más usuales son: 90 %, 95 % y 99 %.

3. Intervalos de confianza

Intervalos de confianza

Por tanto, en el caso de un intervalo de confianza de la media poblacional con una σ conocida para

- El caso de un intervalo de confianza de 90 % se resume con la siguiente fórmula

$$\bar{x} \pm 1,65 \frac{\sigma}{\sqrt{n}}.$$

- El caso de un intervalo de confianza de 95 % se resume con la siguiente fórmula

$$\bar{x} \pm 1,96 \frac{\sigma}{\sqrt{n}}.$$

- El caso de un intervalo de confianza de 99 % se resume con la siguiente fórmula

$$\bar{x} \pm 2,575 \frac{\sigma}{\sqrt{n}}.$$

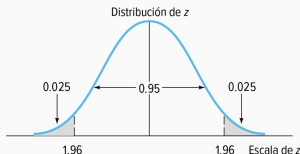
Como es posible seleccionar cualquier nivel de confianza entre 0 y 100 %, la fórmula genérica sería:

$$\bar{x} \pm z \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

3. Intervalos de confianza

Intervalos de confianza

Centrándonos en un intervalo de confianza visto anteriormente, por ejemplo del 95 %, ¿cómo se obtiene el $z = 1,96$?



1. El nivel de confianza es $(1 - \alpha) = 0,95$
2. El nivel de significación es $\alpha = 0,5 \rightarrow$ es decir, $\alpha/2 = 0,025$ a cada lado.
3. Como la tabla de la distribución normal indica el área que encontramos por debajo del valor z , en dicha tabla debemos encontrar un valor de $0,025 + 0,95 = 0,9750$
4. Localizando el valor de la fila correspondiente en el margen izquierdo, que es de 1.9, y el de la columna en el margen superior, que es 0.06, obtenemos nuestro $z = 1,96$

3. Intervalos de confianza

Intervalos de confianza

En el caso de querer crear un intervalo de confianza de la media poblacional con una σ desconocida utilizaremos la distribución t de Student.

$$\bar{x} \pm t \frac{s}{\sqrt{n}}$$

4. Determinación del tamaño de la muestra

4. Determinación del tamaño de la muestra

Determinación del tamaño de la muestra

- Una variable importante cuando se trabaja con intervalos de confianza es el tamaño de la muestra
- En la práctica, no es una variable, es una decisión que se toma para que la estimación del parámetro de población sea bueno.
- La decisión se basa en tres variables.
 1. El margen de error que tolerará el investigador.
 2. El nivel de confianza deseado, por ejemplo del 95 %.
 3. La variación o dispersión de la población que se estudia.

4. Determinación del tamaño de la muestra

Determinación del tamaño de la muestra

A partir del margen de error que se utiliza para calcular los puntos extremos de los intervalos de confianza

$$E = z \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

Al despejar n en esta ecuación se obtiene lo que buscamos, que es el **tamaño de la muestra para estimar la media de la población**

$$n = \left(\frac{z\sigma}{E} \right)^2$$

donde,

- n es el tamaño de la muestra.
- z es el valor normal estándar correspondiente al nivel de confianza deseado.
- σ es la desviación estándar de la población.
- E es el error máximo admisible.